



Università degli Studi di Firenze
Dipartimento di Statistica "Giuseppe Parenti"
Dottorato di Ricerca in Statistica Applicata
XIV ciclo

**Analisi dei dati provenienti dal sistema di monitoraggio
installato sulla Cupola di Santa Maria del Fiore**

Francesco Gabbanini

Relatore:
Prof. Antonio Moro

Coordinatore:
Prof. Giovanni Maria Marchetti

Un ringraziamento particolare va al Professor Antonio Moro, del Dipartimento di Ingegneria Civile dell'Università di Firenze, per avermi supportato con preziosi consigli durante tutto lo svolgimento del lavoro.

Ringrazio la Professoressa Lucia Buzzigoli, del Dipartimento di Statistica dell'Università di Firenze. Fondamentali sono state le indicazioni che mi ha fornito, gli insegnamenti che ha saputo trasmettermi e la sua costante disponibilità.

Alla Professoressa Marina Vannucci, del Dipartimento di Statistica della Texas A&M University, un ringraziamento per aver messo a mia disposizione la sua esperienza sulle wavelet e per i suoi suggerimenti durante la stesura finale della tesi.

Grazie al Professor Gianni Bartoli, del Dipartimento di Ingegneria Civile dell'Università di Firenze, per avermi fornito i dati e per aver supportato attivamente la fase applicativa del lavoro.

Vorrei ricordare anche il prezioso aiuto ricevuto dal Professor Giampiero Gallo, del Dipartimento di Statistica dell'Università di Firenze.

A tutte le persone menzionate, infine, va un ringraziamento, per i costanti incoraggiamenti, l'entusiasmo e la fiducia che mi hanno trasmesso.

Gennaio 2002

Francesco Gabbanini

Indice

1	Introduzione	1
1.1	I sistemi di monitoraggio e i dati misurati	2
1.2	Scopo del lavoro	3
1.3	Schema della tesi	6
2	Descrizione del dataset	8
2.1	Gli strumenti installati	8
2.2	La trasmissione delle misurazioni	10
2.3	Studi precedenti	13
2.4	Descrizione delle serie storiche	14
3	Metodi wavelet per lo studio della varianza	20
3.1	La varianza wavelet	22
3.1.1	La scomposizione della varianza	23
3.1.2	Varianza wavelet e densità spettrale	24
3.1.3	Varianza e varianza wavelet	25
3.1.4	La stima della varianza wavelet	25
3.1.5	Distribuzione dello stimatore	27
3.1.6	Intervalli di confidenza per la varianza wavelet	28
3.1.7	Alcuni suggerimenti	30
3.2	I processi a varianza non costante	30
3.3	L'algoritmo ICSS	31
3.3.1	L'idea di Inclàn e Tiao	31
3.3.2	Descrizione dell'algoritmo	32
3.3.3	L'applicazione della DWT	33
3.3.4	Localizzazione e MODWT	35
3.3.5	Scelta del livello	37
3.3.6	Un esempio	37

4	L'uso della trasformata wavelet packet	42
4.1	La varianza packet	43
4.1.1	Proprietà della varianza packet	43
4.1.2	Uno stimatore della varianza packet	49
4.1.3	Considerazioni finali e direzioni di ricerca future	51
4.2	Applicazione della trasformata packet all'algoritmo ICSS	52
4.2.1	Le procedure di test	53
4.2.2	Esempio I	56
4.2.3	Esempio II	66
4.2.4	Considerazioni finali e direzioni di ricerca future	68
5	Applicazioni	72
5.1	I deformometri 6, 7 e 8 della vela 4	73
5.1.1	Il deformometro df407	76
5.1.2	Il deformometro df406	81
5.1.3	Il deformometro df408	84
5.2	I deformometri 2, 10 e 12 della vela 4	85
5.3	I deformometri della vela 6	88
5.4	Le differenze di deformazione	90
5.5	I termometri	92
5.5.1	Termometri in aria	93
5.5.2	Termometri in muratura	94
5.5.3	Differenze di temperatura e differenze di deformazione	95
5.6	Considerazioni finali	96
6	Modelli per lo studio di serie storiche	99
6.1	Alcune note introduttive	100
6.2	I deformometri della vela 4	102
6.2.1	Misurazioni ore 12: df407	104
6.2.2	Esempi di previsione <i>ex-post</i>	107
6.3	Differenze di deformazione, vela 4	112
6.3.1	Esempi di previsione <i>ex-post</i>	116
6.4	Differenze di deformazione, vela 6	122
6.4.1	Esempi di previsione <i>ex-post</i>	123
6.5	Considerazioni finali	129

A	La trasformata wavelet discreta	131
A.1	La trasformata wavelet discreta	132
A.1.1	I coefficienti wavelet - I	133
A.1.2	I coefficienti wavelet - II	134
A.2	Alcune proprietà dei filtri Daubechies	139
A.3	La DWT non decimata	142
A.4	La trasformata wavelet packet	144
B	Disposizione degli strumenti	148

Capitolo 1

Introduzione

La costruzione della cattedrale di Santa Maria del Fiore iniziò nel 1295, ma solo nel 1420 fu dato l'incarico a Filippo Brunelleschi di progettare la cupola. Lo stesso Brunelleschi diresse i lavori di costruzione, che si conclusero nel 1434. La cupola fu poi terminata nel 1472, con la realizzazione della lanterna.

La struttura, costruita in mattoni, a pianta ottagonale, si compone di una calotta esterna, avente funzione di scudo contro le azioni ambientali, e di una interna portante, spessa circa il triplo di quella esterna. Le due calotte sono connesse per mezzo di un sistema di sproni angolari.

A circa due secoli dal completamento della cupola risalgono le prime notizie riguardanti danni strutturali: Gherardo Silvani [27], nel 1639, accennò alla presenza di lesioni (già documentate in precedenza anche da altri autori, come afferma lo stesso Silvani) attraverso le quali “l'aria ed il vento potevano passare”.

La prima descrizione dettagliata delle lesioni si deve a Leonardo Ximenes [65] che, nel 1757, dopo un'attenta ricognizione, documentò in maniera accurata la presenza di 13 sistemi di lesioni nella cattedrale di Santa Maria del Fiore, alcuni dei quali interessavano appunto la cupola.

Tenuto conto della numerazione convenzionale adottata per individuare i diversi settori (vele) della struttura progettata dal Brunelleschi (ogni vela è numerata da 1 ad 8, in senso antiorario, essendo la vela 1 quella situata in corrispondenza della navata della cattedrale), il quadro complessivo delle lesioni si presenta attualmente come segue:

- quattro grandi lesioni passanti (denominate lesioni di tipo A) che partono dal tamburo e si propagano verso l'alto lungo la mezzeria delle

vele pari, su entrambe le calotte, fino a lambire la zona della lanterna; verso il basso giungono fino al primo ballatoio;

- diverse piccole lesioni inclinate (denominate lesioni di tipo B), vicino agli occhi, ossia le finestre circolari poste alla base della cupola;
- alcune lesioni, di ampiezza minore di quelle di tipo A, in corrispondenza degli otto spigoli della cupola (lesioni di tipo C);
- quattro lesioni verticali non passanti nella parte alta delle vele dispari (lesioni di tipo D).

Fra le lesioni di tipo A, quelle nelle vele 4 e 6 sono le più antiche e hanno un'ampiezza media che in alcuni punti arriva a circa 10 cm, mentre quelle nelle vele 2 e 8 si sono sviluppate più di recente e non sono neppure menzionate nel rapporto dello Ximenes. In generale l'ampiezza delle lesioni può variare dai pochi centimetri ai dieci centimetri.

Per effetto di questo complesso di fessure, il comportamento strutturale della cupola è risultato modificato: sostanzialmente siamo in presenza, anziché di un cupola vera e propria, di quattro semiarchi spingenti, collegati alla loro sommità dalla lanterna, e le cui spalle sono costituite dai pilastri, dalla navata e dalle cappelle laterali.

1.1 I sistemi di monitoraggio e i dati misurati

La presenza delle lesioni ha motivato l'installazione di sistemi di monitoraggio sul monumento; attualmente ne funzionano tre. Il primo in ordine di tempo è stato installato nel 1955 dall'Opera del Duomo di Santa Maria del Fiore; ad esso, nel 1985, è seguito quello della Soprintendenza per i Beni Ambientali ed Architettonici.

In occasione del restauro degli affreschi che decorano l'interno della cupola il numero degli strumenti di controllo è stato incrementato e nel 1987 è stato messo in opera, da parte della ISMES di Bergamo, per conto della Soprintendenza, un terzo sistema di monitoraggio automatico che è in funzione dal 8 Gennaio 1988 e costituisce uno dei più moderni sistemi in servizio su monumenti storici.

Esso è programmato per acquisire e trasmettere tutte le grandezze di interesse ogni sei ore, a partire, come si è detto, dalla mezzanotte del 8 Gennaio

1988. È stato progettato principalmente per la misurazione delle variazioni relative di ampiezza tra i lembi delle lesioni, a diverse quote della cupola, e in diverse posizioni nello spessore della muratura. Ulteriori grandezze misurate sono temperature, spostamenti rispetto a piani orizzontali e spostamenti verticali.

1.2 Scopo del lavoro

La necessità di sottoporre ad analisi le serie storiche di misurazioni provenienti dal sistema di monitoraggio della ISMES ha motivato il lavoro di ricerca svolto nella tesi: lo scopo è quello di indagare a fondo la dinamica delle lesioni e giungere alla formulazione di modelli statistici in grado di descrivere alcuni aspetti riguardanti il comportamento delle lesioni stesse.

Le serie storiche trasmesse dal sistema si possono interpretare come porzioni di lunghezza finita di realizzazioni di processi stocastici a varianza non costante, prodotti da diverse cause non note e rappresentabili come sottoprocessi che operano su scale diverse e sono associabili a particolari intervalli di frequenza.

La trasformata wavelet è una trasformazione ortogonale che possiede una naturale abilità nello scomporre serie storiche in serie di coefficienti e approssimazioni localizzati sia nel dominio della frequenza, sia nel dominio del tempo: ciascuna delle serie prodotte dalla trasformazione rappresenta il contenuto della serie originale in un intervallo di frequenza; inoltre ogni coefficiente corrisponde a differenze fra medie su una certa scala ed è calcolato sfruttando una porzione limitata della serie di partenza.

Grazie alla scomposizione wavelet, le difficoltà che si possono incontrare nello studio di serie provenienti da processi che descrivono una pluralità di fenomeni che interagiscono, operando su scale temporali diverse (come accade in quelle trasmesse dagli strumenti di misurazione in servizio sulla cupola), possono essere più facilmente superabili. Per queste sue caratteristiche la trasformata wavelet costituisce uno strumento di analisi impiegato da tempo in discipline scientifiche come la fisica, la meteorologia e la geologia.

Essa sta ricevendo una crescente attenzione anche da parte della comunità statistica: vi sono numerosi contributi in cui si descrive l'impiego di tecniche wavelet per la stima di segnali in presenza di rumore, per la stima non parametrica di funzioni di densità e di regressione, nel campo della classificazione e, da pochi anni, nel campo dell'analisi delle serie storiche.

Nella tesi sono presentate in primo luogo alcune metodologie di recente sviluppo, basate sull'impiego della trasformata wavelet discreta, per lo studio della varianza in serie storiche.

Varianza wavelet

La possibilità di realizzare una scomposizione della varianza di una serie storica nella somma delle varianze delle serie dei suoi coefficienti wavelet discende direttamente dal fatto che la trasformata wavelet discreta è una trasformazione che conserva l'energia.

Nel 1995 è stata introdotta da D. B. Percival una quantità chiamata varianza wavelet che permette di basare la scomposizione su un modello statistico, e dunque di valutare l'incertezza delle stime della varianza corrispondente a ciascun livello della scomposizione wavelet.

Nella tesi sono presentati i più importanti risultati formali relativi alla varianza wavelet, con particolare attenzione a quelli che consentono di stabilire la distribuzione asintotica di un suo stimatore corretto, nel caso di serie provenienti da processi a varianza costante.

È poi introdotta una nuova quantità, chiamata varianza packet, tramite la quale è possibile realizzare una scomposizione della varianza più ricca e più flessibile: essa si può calcolare sommando le varianze di processi che sono ottenuti tramite trasformata wavelet packet, e dunque riflettono il contributo alla varianza totale dovuto a frequenze che cadono in sottointervalli dell'intervallo di frequenze in cui è definita la densità spettrale di un processo. Nella tesi sono presentati alcuni risultati originali sulla base dei quali, a partire da una serie a varianza costante, è stato definito uno stimatore corretto della varianza packet e ne è stata stabilita la distribuzione asintotica.

Per l'analisi di serie provenienti da processi a varianza non costante, in letteratura si fa spesso riferimento a metodi che consistono nel calcolare la varianza wavelet dipendente dal tempo. Nella tesi è stato esplorato un nuovo possibile approccio, che consiste nello stimare la varianza wavelet o la varianza packet su intervalli a varianza costante, per la cui identificazione si può utilizzare una tecnica introdotta da Inclàn e Tiao nel 1994.

Identificazione di punti di cambiamento di varianza

La tecnica in questione è basata su un test statistico in grado di sottoporre a verifica l'ipotesi nulla di varianza costante in serie storiche di variabili

incorrelate e a media zero, contro una varietà di ipotesi alternative, e di localizzare cambiamenti di varianza che avvengono a un tempo incognito.

Nella tesi è proposta una sua generalizzazione ottenibile ancora attraverso l'applicazione della trasformata wavelet packet. L'idea fondamentale è quella di eseguire il test sfruttando le capacità della trasformata di produrre, sotto opportune ipotesi, serie di coefficienti wavelet incorrelati anche a partire da serie storiche i cui coefficienti possono essere anche fortemente correlati; si determina in tal modo un guadagno in termini di flessibilità, dato che la procedura basata su trasformata packet è applicabile a serie provenienti da una molto più ampia classe di processi stocastici.

In tal modo essa può costituire, assieme alla varianza wavelet e alla varianza packet, un utile strumento per lo studio di serie provenienti da molti tipi di processi.

Applicazioni

La trasformata wavelet e le tecniche di studio della varianza menzionate sopra sono strumenti di analisi molto efficaci. La loro applicazione alle serie di misurazioni trasmesse dagli strumenti di monitoraggio in funzione sulla cupola della cattedrale di Santa Maria del Fiore ha consentito di acquisire un notevole insieme di conoscenze circa l'evoluzione di alcune grandezze che descrivono il comportamento delle lesioni, con particolare attenzione rivolta allo studio della varianza delle serie di temperatura e deformazione. Dato che questo è da considerarsi il primo lavoro che tenta di analizzare le serie provenienti dai sistemi in funzione sulla Cupola fondandosi esclusivamente su basi statistiche, il processo di indagine è da ritenersi appena agli inizi.

Malgrado ciò è stato possibile riuscire ad identificare, attraverso l'applicazione dei metodi wavelet descritti nella tesi, alcuni comportamenti ai quali poi sono state fornite giustificazioni e spiegazioni anche dal punto di vista fisico e ingegneristico. Altre caratteristiche emerse dall'analisi sono invece ancora in attesa di essere interpretate.

Tutto l'insieme di conoscenze acquisite attraverso l'indagine wavelet ha guidato il processo di specificazione di modelli strutturali, in cui la varianza segue un processo di tipo GARCH, utili a scopo di controllo e previsione di alcune serie storiche che descrivono l'evoluzione delle lesioni presenti sulla Cupola.

Come si vedrà nel corso della trattazione, sono risultati soprattutto inte-

ressanti alcuni modelli formulati per le differenze di ampiezza delle lesioni, misurate a profondità diverse nello spessore della muratura; essi costituiscono infatti una descrizione ottenuta per via statistica di fenomeni a cui si può dare una spiegazione anche dal punto di vista fisico, e hanno permesso di formulare previsioni sufficientemente precise, utili agli ingegneri per meglio comprendere la dinamica delle lesioni e la loro evoluzione nel tempo.

1.3 Schema della tesi

Capitolo 2: nel capitolo sono riportate alcune informazioni circa il sistema di rilevamento messo in opera dalla ISMES. È poi fornita una prima descrizione dei dati da esso trasmessi, con particolare attenzione alle serie storiche di misurazioni di ampiezza delle lesioni e alle serie storiche delle temperature.

Capitolo 3: nella prima parte del capitolo è introdotta la varianza wavelet, sono esaminate le proprietà di un suo stimatore corretto e sono presentati risultati circa la sua distribuzione asintotica. Nella seconda parte è affrontato il tema del test d'ipotesi sull'omogeneità della varianza in una serie storica ed è esplorata la procedura di Inclàn e Tiao.

Capitolo 4: il capitolo contiene alcuni contributi originali e la sua struttura rispecchia quella del capitolo 3. Nella prima parte è introdotta la varianza packet; grazie ad alcuni nuovi risultati teorici è definito un suo stimatore corretto ed è mostrata la sua distribuzione asintotica. Nella seconda parte è esplorata la possibilità di utilizzare la trasformata wavelet packet al fine di rendere più flessibile e applicabile in situazioni più diversificate la procedura di test per la verifica dell'ipotesi di omogeneità della varianza.

Capitolo 5: sono discusse alcune possibili applicazioni delle tecniche wavelet per lo studio della varianza alle serie di misurazioni trasmesse dal più recente sistema di monitoraggio installato sulla cupola della cattedrale di Santa Maria del Fiore.

Capitolo 6: nel capitolo sono esaminati modelli statistici in grado di adattarsi ad alcune serie storiche che descrivono la dinamica delle lesioni presenti sulla Cupola. Sono discusse applicazioni di modelli di tipo ARIMA e modelli strutturali; l'esame dei risultati ottenuti da alcune previsioni *ex-post* elaborate a partire da questi ultimi modelli consente di ipotizzare che in futuro essi possano essere utili agli ingegneri a scopo di controllo dell'evoluzione delle lesioni.

Appendice A: sono introdotti gli aspetti fondamentali della teoria delle

wavelet. L'appendice intende fornire al lettore le basi per la comprensione dei capitoli 3 e 4, trattando in maniera sintetica la trasformata wavelet discreta, la trasformata wavelet packet discreta e le loro versioni non decimate; sono discusse alcune delle più importanti proprietà della trasformata e citati alcuni riferimenti utili a coloro che desiderino approfondimenti.

Appendice B: sono presentati alcuni disegni in cui è riportata la posizione degli strumenti di misurazione all'interno della Cupola.